# Zyklische Einspielversuche zur Verifikation von Shakedown-Analysen mittels FEM

## Cyclic plastic deformation test to verify FEM-based shakedown analysis

H. Lang, K. Wirtz, Siemens AG – KWU Erlangen M. Heitzer, Forschungszentrum Jülich M. Staat, FH Aachen R. Oettel, Siempelkamp Prüf- und Gutachtergesellschaft, Dresden

25. MPA-Seminar, 6. und 7. Oktober 1999

Im Rahmen von Ermüdungsanalysen ist nachzuweisen, daß die thermisch bedingten fortschreitenden Deformationen begrenzt bleiben. Hierzu ist die Abgrenzung des Shakedown-Bereiches (Einspielen) vom Ratchetting-Bereich (fortschreitende Deformation) von Interesse. Im Rahmen eines EU-geförderten Forschungsvorhabens wurden Experimente mit einem 4-Stab-Modell durchgeführt. Das Experiment bestand aus einem wassergekühlten inneren Rohr und drei isolierten und beheizbaren äußeren Probestäben. Das System wurde durch alternierende Axialkräfte, denen alternierende Temperaturen an den äußeren Stäben überlagert wurden, belastet. Die Versuchsparameter wurden teilweise nach vorausgegangenen Einspielanalysen gewählt. Während der Versuchsdurchführung wurden Temperaturen und Dehnungen zeitabhängig gemessen. Begleitend und nachfolgend zur Versuchsdurchführung wurden die Belastungen und die daraus resultierenden Beanspruchungen nachvollzogen. Bei dieser inkrementellen elasto-plastischen Analyse mit dem Programm ANSYS wurden unterschiedliche Werkstoffmodelle angesetzt. Die Ergebnisse dieser Simulationsberechnung dienen dazu, die Shakedown-Analysen mittels FE-Methode zu verifizieren.

# 1 Einleitung

Bei der Durchführung von Ermüdungsanalysen ist bei Überschreitung des 3Sm-Kriteriums nachzuweisen, daß die thermisch bedingten fortschreitenden Deformationen begrenzt verschiedenen Regelwerken (z.B. wird bleiben. Von [2]) dazu das Bree-Interaktionsdiagramm [3] genutzt. Dabei wird die zulässige Spannungsschwingbreite aus thermischer Belastung in Abhängigkeit der primären Spannung so begrenzt, daß die Belastung elastisch einspielt. Im Falle der Überschreitung der zulässigen thermischen Spannungsschwingbreite ist die auftretende akkumulierte plastische Dehnung zu begrenzen.

Bei diesen Näherungsmethoden wird die Berücksichtigung plastischer Einflüsse weitgehend aus einer elastischen Spannungsanalyse durch Extrapolation analytischer Ergebnisse im Sinne der Traglast- und Einspieltheorie gewonnen und die auftretende Dehnung unter einfachen Annahmen abgeschätzt.

Genauere und realistischere Ergebnisse liefern inkrementelle elastoplastische Analysen. Sie sind jedoch mit höherem Rechenaufwand verbunden und setzen die Kenntnis der Details von Lastgeschichte und Stoffgesetz voraus. Beides ist in der Praxis nicht immer ausreichend vorhanden.

Im Rahmen eines von der EU geförderten Forschungsvorhabens [1] wurde ein Verfahren angewandt, das auf der Basis der FEM-Diskretisierung direkt ohne Spannungsermittlung die Trag- und Einspiellast duktiler Strukturen berechnet. In diesem Papier erfolgt die Beschreibung eines hierzu durchgeführten Versuches und der Vergleich mit den Ergebnissen aus der Einspielanalyse und der inkrementellen elastoplastischen Analyse. Letzterer lagen unterschiedliche Werkstoffmodelle zugrunde.

Bisher mangelt es an Versuchen mit zyklischen, mechanischen und thermischen Lasten an der Grenze zwischen elastischem Einspielen und Ratchetting. In [9] werden Zweistabexperimente mit Kupfer bei Raumtemperatur beschrieben, bei denen die thermischen Dehnungen durch ein elektrisches Signal simuliert werden. Zwei- und Mehrstabversuche repräsentieren ähnlich wie das Bree-Diagramm einfache mechanische Modelle für Rohre und Behälter unter Innendruck und Temperaturgradient über die Wanddicke. Die hier vorgestellten Versuche zielen auf die Angabe einer Einspielgrenze, unterhalb der Versagen durch Ratchetting nicht unterstellt werden muß.

# 2 Prüfkörper

## 2.1 Geometrie und Werkstoff

Der Prüfkörper ist in Abb. 1 dargestellt und setzt sich aus folgenden Teilen zusammen:

- gekühltes Innenrohr
- Innenmutter
- Innenflansch
- drei äußeren, austauschbaren Probestäben
- Außenflansch
- drei Zylinderschrauben, die den Kopf der Probestäbe zwischen den Innen- und Außenflanschen verspannen
- Außenmutter

Der Probekörper besteht aus dem austenitischen Werkstoff 1.4550 (X6 CrNiNb 18 10).

# 2.2 Meßstellen und Meßvariable

An folgenden Stellen wurden Messungen durchgeführt (siehe unteres Bild der Abb. 2):

	Meßort
Temperaturmessungen	heißer Probestab
	kaltes Innenrohr
	Innenflansch
	Kühlwasser-Austritt
Dehnungsmessungen	heißer Probestab
	kaltes Innenrohr

# 3 Versuchsbeschreibung

## 3.1 Zyklische Zug-Druck-Versuche an Werkstoffproben

Zur Festlegung des Belastungsniveaus für die Einspieluntersuchungen wurden zunächst zyklische Zug-Druck-Versuche an Werkstoffproben mit der für die Versuchsbelastung repräsentativen Dehnungsamplituden von  $\pm 1\%$  bei 4 Temperaturniveaus (20°C, 100°C, 200°C, 300°C) durchgeführt. Je Temperaturniveau waren 20 Zyklen zu fahren. Das Probenmaterial für die zyklischen Zug-Druck-Versuche war aus derselben Werkstoffcharge wie das Material für die Prüfstäbe des Versuchskörpers, ebenso wurden beide Materialien derselben Wärmebehandlung unterzogen.

## 3.2 Belastungsablauf

Der zeitliche Belastungsablauf für einen Belastungszyklus lief wie folgt ab:

- 1 mechanische Lastaufbringung (Krafteinleitung siehe unteres Bild der Abb. 2)
- 2 Aufheizung der Probestäbe
- 3 konstante Temperatur
- 4 Abkühlvorgang
- 5 mechanische Entlastung

Die bei den jeweiligen Belastungsstufen aufzubringende mechanische Last in Kombination mit der Temperatur wurde im Vorfeld so bestimmt, daß die Werte im Bereich der Einspielgrenze liegen (siehe Abschnitt 4).

## 3.3 Versuchsergebnisse

## Thermische Ergebnisse

Folgende Temperaturverteilungen wurden gemessen:

Belastungsstufe 1:	Tmax ≈ 200°C
Belastungsstufe 2:	$Tmax \approx 250^{\circ}C$
Belastungsstufe 3:	Tmax $\approx 300^{\circ}C$

Die gemessenen Temperaturen sind beispielhaft für die Belastungsstufe 1 im oberen Diagramm der Abb. 2 dargestellt.

## Dehnungsergebnisse

Abb. 3 zeigt die akkumulierten Dehnungen, die jeweils am Ende des Belastungszyklus registriert wurden. Über die gefahrenen Zyklen hinaus wurde der Verlauf der Dehnungen nach [5] extrapoliert. Die plastische Auslegung kann nicht aufgrund einer Spannungsabschätzung erfolgen, da die Spannungen nicht den plastischen Bereich vom Versagensbereich trennen. Die plastische Auslegung muß die charakteristische Entwicklung der plastischen Dehnungen während des Strukturversagens berücksichtigen:

- Kollaps durch unbeschränktes plastisches Fließen
- Inkrementeller Kollaps durch die Akkumulation der plastischen Dehnungen über alle Zyklen (Ratchetting)
- Low Cycle Fatigue (LCF) durch alternierende Plastifizierung.

Im Falle von LCF und Ratchetting verschwinden die plastischen Dehnungsinkremente nicht. Beim elastischen Einspielen werden die plastischen Dehnungen  $\epsilon^{p}$  für die gegebene Last dagegen stationär, d.h. für  $t \rightarrow \infty$  gilt

lim  $\mathbf{Q}^{p}(\mathbf{x},t) = \mathbf{0}$  für alle  $\mathbf{x} \in \Omega$ .

Damit kein Versagen eintritt, muß die maximal mögliche plastische Dissipationsenergie zusätzlich für alle Punkte  $x \in \Omega$  beschränkt bleiben. Aus der ersten Eigenschaft kann ein einfaches Kriterium für elastisches Einspielen abgeleitet werden [5]. Sei *n* die Nummer des Lastzyklus und  $\square p(n)$  das plastische Dehnungsinkrement im Lastzyklus *n* im schwächsten Punkt der Struktur. Spielt die Struktur ein, so muß die Akkumulation der plastischen Dehnungsinkremente beschränkt in diesem Punkt bleiben, d.h. es gibt eine Konstante c mit

$$\Sigma_{n=1}^{\infty} | \mathbf{p}(n) | \leq \mathbf{c}.$$

Die einfachste Bedingung für die Konvergenz dieser Summe als verallgemeinerte harmonische Reihe lautet

$$|\mathbf{L}^{p}(n)| < a n^{s}$$
 mit s< -1.

Dies bedeutet, daß in einem doppelt-logarithmischen Diagramm der plastischen Dehnungen über den Lastzyklen im Fall von LCF oder Ratchetting die Steigung größer als s = -1 sein muß. Die gemessenen plastischen Dehnungsinkremente wurden mittels der Kleinste-Fehler-Quadrat-Methode extrapoliert. Die Ergebnisse der 3 Laststufen für das kalte Rohr und die heißen Stäbe sind in folgender Tabelle dargestellt:

Laststufe	DMS_1k (kalt)	DMS_2h(heiß)
1	S = - 3.09	S = - 2.93
2	S = -1.30	S = - 1.51
3	S = - 0.64	S = - 0.88

Aus dem dargelegten Einspielkriterium kann gefolgert werden, daß die Laststufe 1 im Einspielbereich liegt, während die Laststufe 3 nicht im Einspielbereich liegt und demnach bei der vorliegenden einsinnigen Belastung Ratchetting auftritt. Laststufe 2 liegt aufgrund der Steigungen s= -1.30 und s = - 1.51 am kalten Rohr und am heißen Stab an der Grenze des Einspielbereichs. Aufgrund der geringen Anzahl von Meßwerten ist es nicht möglich zu entscheiden, ob in Laststufe 2 Einspielen vorliegt oder nicht.

# 4 Vorausberechnung der Einspiellasten für den Versuch

Wichtig für die Versuchsdurchführung waren Angaben über die Höhe der anzusetzenden mechanischen und thermischen Belastungen. Dazu wurde ein in das FEM-Programm PERMAS [6] implementiertes direktes Verfahren zur Bestimmung der Einspiellast eingesetzt [1]. Die Einspiellast wurde durch Lösung eines Optimierungsproblems unter Verwendung des vorhandenen FE-Netzes ermittelt. Die dadurch erhaltenen Ergebnisse zeigt das Interaktionsdiagramm in Abb. 4.

Abhängig von der primären Belastung (= Flächenpressung an der Krafteinleitung der Zugmaschine) und der sekundären Belastung (Temperatur an den Probestäben) tritt Shakedown oder Ratchetting auf. Für den Versuch wurden die zu den drei markierten Punkten in Abb. 4 gehörenden Druck- und Temperaturbelastungen gewählt, die den Maximalwerten der drei Belastungsstufen entsprechen. Nach Vorausberechnung sollte in der Belastungsstufe 1 (T=200°C, p=75 MPa) Shakedown und in der Belastungsstufe 3 (T=300°C, p=85 MPa) Ratchetting eintreten.

Die so errechneten Ergebnisse dienten gleichzeitig zur Verifizierung dieses Verfahrens am Versuch.

# 5 Inkrementelle elastoplastische Analyse

## 5.1 Rechenmodell

Aufgrund der vorhandenen Symmetrien von Belastung und Geometrie ist für die Analysen die Abbildung eines 1/12-Ausschnittes ausreichend. Abb. 5 zeigt ein Drittel des FE-Modells für den Prüfkörper. Die Durchführung der Analysen erfolgte mit dem Rechenprogramm ANSYS, Ref. [4].

## 5.2 Thermische Analysen

Zur Ermittlung der thermischen Belastungen für die Strukturanalysen dienten instationäre Temperaturfeldberechnungen. Umgebungstemperaturen und Wärmeüberganskoeffizienten wurden so gewählt, daß sich die gemessenen Temperaturverläufe ergeben.

## 5.3 Strukturanalysen

## Belastung

Die Belastung wurde entsprechend Abschnitt 3.2 schrittweise aufgebracht. Ein Belastungszyklus bestand aus insgesamt 30 Loadsteps. Die Abb.6 zeigt den Belastungsverlauf für die drei Belastungslevel. Die mechanische Lastaufbringung erfolgte als Druckbelastung entsprechend der Kraft der Zugmaschine. Die thermische Belastung wurde für den entsprechenden Zeitpunkt aus den Ergebnissen der thermischen Analyse übernommen.

## Zyklische Spannungs-Dehnungskurven

Aus den zyklischen Zug-Druck-Versuchen an Werkstoffproben (entsprechend Abschnitt 3.1) wurden Spannungs-Dehnungskurven für die elastoplastischen Analysen für die ersten 7 Zyklen ermittelt. Nach dem 7. Zyklus ist praktisch keine Verfestigung mehr feststellbar.

## Werkstoffmodelle für die elastoplastischen Analysen

Die derzeit in ANSYS implementierten Werkstoffmodelle werden in [7], [10] mit weiteren Modellen vergleichend diskutiert. ANSYS-Implementierungen für die Modelle von Ohno/Wang bzw. Jiang werden in [8] angekündigt. Die Durchführung der Analysen erfolgte mit zwei unterschiedlichen Werkstoffmodellen:

- a) Multilinear kinematisches Verhalten ohne und mit Berücksichtigung zyklischer Verfestigung entsprechend [4]. Das ist das bereits von Masing eindimensional vorgeschlagene Overlay-Modell aus der Klasse der Besseling Modelle. Es wird angenommen, daß das Material aus parallelgeschalteten elastisch-ideal plastischen Mikromodellen besteht, die bei gemeinsamen E-Modul unterschiedliche Fließspannungen aufweisen.
- b) Verallgemeinertes Frederick und Armstrong Modell nach Chaboche in der ANSYS-Implementierung nach [8]

 $R = R_i$ , wobei

Es beinhaltet die Von-Mises-Fließbedingung F sowie die kinematische und isotrope Verfestigung mit den aktuellen Spannungen  $\sigma$  und den Backstresses  $\alpha$ :

$$F(\sigma - \alpha) = k + R$$

Kinematische Verfestigung:  $\alpha = \alpha_i$ , wobei

 $d\alpha_i = C_i d\epsilon^{pi} - \gamma_i \alpha_i d\epsilon^{pi}_{eq}$ , i=1, ..., m (im folgenden: m=3)

Isotrope Verfestigung:

 $dR_i = b_i (Q_i - R_i) d\varepsilon^{pl}_{eq}$ , i=1, ..., n (im folgenden: n=1)

Aus den im Versuch gemessenen, monotonen Spannungs-Dehnungskurven (in Abb. 7 als Polygonzug dargestellt) wurden mit Hilfe der Kleinste-Fehler-Quadrat-Methode für die Temperaturen T =  $20^{\circ}$ C,  $100^{\circ}$ C,  $200^{\circ}$ C und  $300^{\circ}$ C die verwendeten Kurven für die plastischen Dehnungen im Chaboche-Modell ermittelt.

Abb. 8 zeigt die 3 Anteile des kinematischen Verfestigungsansatzes, aus denen sich die Spannungs-Dehnungskurve für T = 20°C zusammensetzt.

Eine Gegenüberstellung der Hysteresis-Diagramme aus dem Versuch und den mittels isotropen Verfestigungsansatz erhaltenen Kurven für T =  $20^{\circ}$ C zeigt Abb. 9.

#### Durchgeführte Analysen

Für die Belastungsstufe 1 wurden folgende Berechnungen durchgeführt:

- a) Besseling-Modell mit multilinearem kinematischen Verhalten und monotonen Spannungs-Dehnungskurven
- b) Besseling-Modell mit multilinearem kinematischen Verhalten und zyklischen Spannungs-Dehnungskurven
- c) Werkstoffmodell nach Chaboche mit kinematischer Verfestigung
- d) Werkstoffmodell nach Chaboche mit kinematischer und isotroper Verfestigung

Aufgrund der daraus erhaltenen Erkenntnisse erfolgten für alle 3 Belastungsstufen noch folgende Analysen:

- e) Besseling-Modell mit multilinearem kinematischen Verhalten und monotonen Spannungs-Dehnungskurven
- f) Besseling-Modell mit multilinearem kinematischen Verhalten und zyklischen Spannungs-Dehnungskurven
- g) Analysen mit erhöhter Temperatur bei Verwendung der zyklischen Spannungs-Dehnungskurven:

Um die möglichen Ungenauigkeiten bei der Temperaturmessung sowie bei den thermischen Analysen abzudecken, erfolgte eine Wiederholung der Strukturanalysen mit höheren Temperaturen. Dabei wurden die ursprünglich vorgegebenen Temperaturen an den äußeren heißen Probestäben um 5 K erhöht.

## 6 Vergleich der Ergebnisse aus Versuch und Rechnung

In den folgenden Abbildungen sind die Gesamtdehnungen am Ende des jeweiligen Belastungszyklus dargestellt. Alle Abbildungen enthalten die Versuchsergebnisse.

Abb. 10 zeigt für die 1. Belastungsstufe eine Gegenüberstellung der Ergebnisse mit unterschiedlichen Werkstoffmodellen:

- Kurve 5, 6: Besseling-Modell mit monotonen Spannungs-Dehnungskurven (entsprechend letztem Abschnitt, a))
- Kurve 7, 8: Chaboche nur mit kinematischer Verfestigung (entsprechend letztem Abschnitt, c))
- Kurve 9, 10: Chaboche mit kinematischer und isotroper Verfestigung (entsprechend letztem Abschnitt, d))
- Kurve 1-4: Versuchsergebnisse

Abb. 11 zeigt für die 1. Belastungsstufe den Einfluß der Werkstoffverfestigung:

- Kurve 7, 8: Besseling-Modell mit monotonen Spannungs-Dehnungskurven (entsprechend letztem Abschnitt, a))
- Kurve 5, 6: Besseling-Modell mit zyklischen Spannungs-Dehnungskurven (entsprechend letztem Abschnitt, b))
- Kurve 1-4: Versuchsergebnisse

In Abb. 12 sind die Ergebnisse für alle 3 Belastungsstufen dargestellt:

- Kurve 8, 9: Besseling-Modell mit monotonen Spannungs-Dehnungskurven (entsprechend letztem Abschnitt, e))
- Kurve 4, 5: Besseling-Modell mit zyklischen Spannungs-Dehnungskurven (entsprechend letztem Abschnitt, f))
- Kurve 6, 7: Besseling-Modell mit zyklischen Spannungs-Dehnungskurven bei erhöhter Temperatur (entsprechend letztem Abschnitt, g))
- Kurve 1 3: Versuchsergebnisse

# 7 Schlußfolgerungen

Die Versuche zeigten nach der ersten Belastungsstufe elastisches Einspielverhalten, die zweite Belastungsstufe lag an der Grenze des Einspielens. In der dritten Belastungsstufe trat Ratchetting auf.

Die vorausberechneten Ergebnisse mit der Methode der Einspielanalyse wurden durch die Versuche bestätigt.

Die Ergebnisse aus den inkrementellen elastoplastischen Analysen lassen folgende Schlußfolgerungen zu:

- Die Analysen mit dem Besseling-Modell mit monotonen Spannungs-Dehnungskurven zeigten bereits nach der ersten Belastungsstufe Ratchetting-Verhalten. Sie liefern somit konservative Aussagen bezüglich der damit berechneten Dehnungen.
- Die Analysen mit dem Besseling-Modell bei Verwendung der zyklischen Spannungs-Dehnungskurven ergaben in der ersten und zweiten Belastungsstufe elastisches Einspielverhalten, in der dritten Belastungsstufe Ratchetting.
- Der Einsatz des Werkstoffmodells nach Chaboche lieferte sowohl bei nur kinematischer Verfestigung als auch bei kinematischer und isotroper Verfestigung bereits in der ersten Belastungsstufe Ratchetting-Verhalten.

#### Danksagung

Die Arbeiten wurden von der Europäischen Kommission durch das Brite-EuRam III Programm gefördert, Projekt BE 97-4547, Vertrag BRPR-CT97-0595.

## 8 Referenzen

- M. Staat, M.Heitzer: LISA, ein europäisches Projekt zur FEM-basierten Traglast- und Einspielanalyse 25. MPA-Seminar, 6. –7. Oktober 1999.
- [2] KTA 3201.2
  Komponenten des Primärkreises von Leichtwassereaktoren
  Teil 2: Auslegung, Konstruktion und Berechnung Fassung 6/96
- [3] H.W. Ng, D.N. Moreton: The Bree-Diagram – origins and literature – some recent advances concerning experimental verification and strain-hardening materials. In B. Wilshire (Hrsg.): Recent advances in creep and fracture of engineering materials and structures. Pineridge Press (1982) 185-230.
- [4] ANSYS Engineering Analysis System, Rev. 5.4 Houston, Pennsylvania.

[5] J. Wolters:

Unersuchungen zum Ratchetting von Segmenten der "Ersten Wand" zukünftiger Fusionsreaktoren unter zyklischer thermischer und mechanischer Belastung. RWTH Aachen, Dissertation (1996).

- [6] INTES Publication: PERMAS User's Reference Manuals No.202,207,208,302,404,405, Stuttgart (1988).
- [7] O.T.Bruhns, P.S.White, J.L.Chaboche, J.V.D.Eikhoff: Constitutive modelling in the range of inelastic deformations. CEC Report EN, Brüssel (1988).
- [8] E.Weiß, B.Postberg: Modellierung von Ratchetting-Effekten bezogen auf Komponenten der ChemieundKraftwerkstechnik.
   15. CAD.-FEM Users' Meeting, Fulda, 15.-17. Oktober 1997.
- [9] A.R.S. Ponter: Shakedown and ratchetting below the creep range. CEC Report EUR8702 EN, Brüssel (1983).
- [10] M.Sester, R.Mohrmann, R.Böschen: Ratcheting of an austenitic steel under multiaxial and thermomechanical loading: experiments and modeling. In: K.-T. Rie, P.D.Portella (Eds.) Low Cycle Fatigue and Elasto-Plastic Behaviour of Materials, Elsevier (1998).







Gemessene Temperaturen bei Belastungsstufe 1



Meßstellen und Krafteinleitung (1/12-Ausschnitt)



Abb. 3 Gemessene akkumulierte Dehnungen mit Extrapolation



Abb. 4 Interaktionsdiagramm als Ergebnis des Einspielanalyse Gewählte Versuchsbelastung bei Level 1, 2, 3

#### LISA FOUR BAR EXPERIMENT Finite Element Model





Abb. 5











Abb. 7 Spannungs-Dehnungskurven beim Chaboche-Modell



Abb. 8 Überlagerung der 3 Anteile des kinematischen Verfestigungsansatzes beim Chaboche-Modell



Gemessene Hysteresis der Werkstoffprobe bei 20°C





Abb. 9



Abb. 10 Vergleich Versuch / Rechnung Belastungslevel 1



Abb. 11 Vergleich Versuch / Rechnung Belastungslevel 1



